

UNA PROPUESTA PARA ARTICULAR LAS FORMAS DE REPRESENTACIÓN DEL FENÓMENO A PARTIR DEL MOVIMIENTO UNIFORME ACELERADO

Fredy de la cruz Urbina, Hipólito Hernández Pérez

Universidad Autónoma de Chiapas. México

frecu@hotmail.com, polito_hernandez@hotmail.com

Palabras clave: modelación, movimiento, formas de representación, resignificación

Key words: modelling, movement, forms of representation, resignification

RESUMEN: Partimos de los aspectos teóricos-epistemológicos de la Socioepistemología para generar un marco de referencia que permita la resignificación de la Función Cuadrática y sus formas de representación (gráfico, numérico y analítico) en situación de modelación del movimiento, con la finalidad de desarrollar herramientas para intervenir en una situación a través del “uso de las formas de representación” como modelos, es decir, favorecer el tránsito entre las formas de representación de la función, de los argumentos y significados expresados por los estudiantes.

ABSTRACT: We start from the theoretical and epistemological aspects of Socioepistemology to create a framework that allows the redefinition of the quadratic function and its forms of representation (graphical, numerical and analytical) for modeling the movement situation, in order to develop tools for intervene in a situation through the "use of forms of representation" as models, that is to say promoting the transition between forms of representation of the function, arguments and meanings expressed by students.

■ INTRODUCCIÓN

Las matemáticas proveen herramientas poderosas que nos permiten comprender e intervenir en los fenómenos de movimiento uniforme acelerado (MUA) y situaciones de nuestro entorno, por tanto, se ha consolidado como una disciplina necesaria en los contenidos de los planes y programas de estudio de los diferentes niveles educativos, sin embargo, se ha observado cierta resistencia en la mayoría de los alumnos en “querer aprender” Matemáticas porque les resulta difícil y muchas veces no tienen sentido para ellos, como dice Arrieta (2003) el alumno busca una intencionalidad; esto puede deberse a que mucha de la matemática que existe en la escuela poco o nada tiene que ver con lo que sucede fuera de ella y se supone que la enseñamos para que el alumno mejore su vida. En ese sentido, Cordero (2013) argumenta que desde un inicio se imponen los contenidos y los métodos que el alumno debe poseer, se establece un discurso centrado en el objeto matemático donde los *usos* del conocimiento han sido soslayados generando dificultades en su aprendizaje, y es en ese escenario y con esas condiciones que deben aprender los estudiantes. En la investigación de Arrieta y Díaz (2015) refieren que existe una separación entre la escuela y su entorno; Courant y Robbins (2014) mencionan que “la enseñanza de las matemáticas ha degenerado a veces en ejercicios vanos de mera resolución de problemas, que pueden desarrollar habilidad formal, pero no conducen a una comprensión real o a una mayor independencia intelectual” (Courant y Robbins, 2014, p. 14). Al respecto, Morales y Cordero (2014) comentan que la matemática escolar no tiene marcos de referencia para que la matemática se *resignifique*, es decir, se le dé significado al conocimiento matemático (CM) a través de sus usos y es allí donde la Socioepistemología ha contribuido en el desarrollo de epistemologías que favorecen la construcción social del conocimiento matemático basado en prácticas sociales.

Es desde esta perspectiva que se pretende intervenir en el sistema didáctico a través del diseño de una situación cuyo argumento es la categoría de Modelación – Graficación (M – G) retomada de Suárez (2008), considerando además aspectos de *funcionamiento* y *forma* (*fu* y *fo*) como referentes metodológicos que darán cuenta del uso del conocimiento matemático (Cordero y Flores, 2007; Briceño, 2013; Zaldívar, 2014; Cen, 2015).

Se pretende que el alumno construya argumentos y significados a través del uso del CM en situaciones específicas para intervenir en ella. Nuestra propuesta parte de situaciones de movimiento (SDM) para resignificar aspectos de la función cuadrática (FC) y sus formas de representación (numérico, gráfico y algebraico) en alumnos que cursan el primer semestre de bachillerato haciendo uso de la M – G como práctica social.

Creemos que el alumno puede desarrollar *herramientas* para intervenir en una situación a través del “uso de las formas de representación”, que a su vez, de acuerdo con la postura de Arrieta (2003) se constituyen en modelos cuando son usados con intención. Pensamos que la *visualización* de acuerdo con Cantoral (2013), puede ayudar como punto de partida para identificar elementos, desarrollar conjeturas, estimular la intuición y la creatividad en los alumnos para introducirse por medio de ella en la situación.

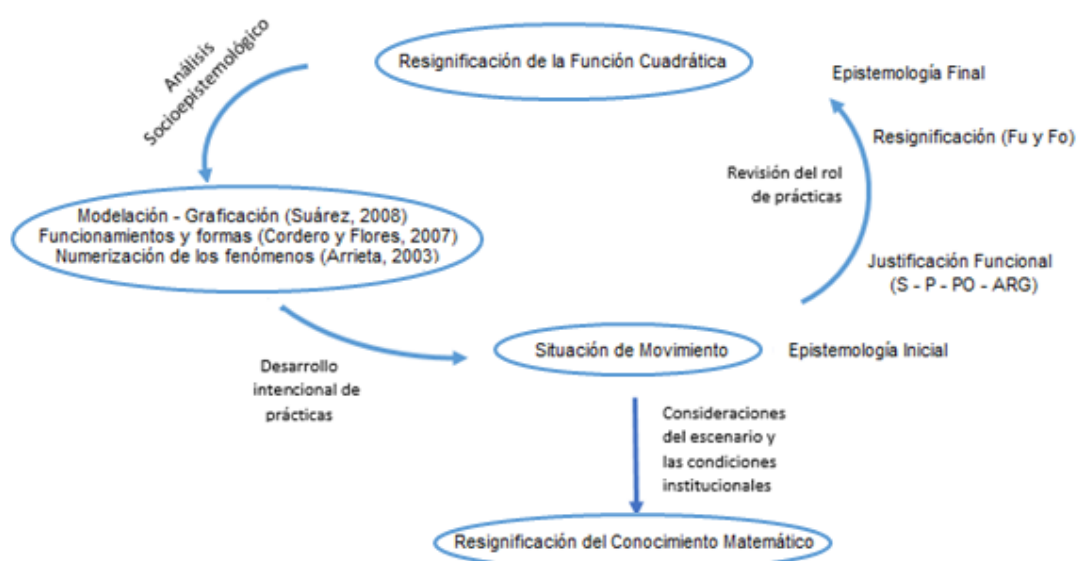
■ MARCO DE REFERENCIA

La investigación está sustentada con la Teoría Socioepistemológica basada en prácticas sociales, partimos de la *modelación* como “un medio que soporta el desarrollo del razonamiento y de la

argumentación. Y por otro lado es una práctica que trasciende y se resignifica, que transforma el objeto en cuestión” (Cordero, 2013, p. 17), de esta práctica emergen otros constructos que en algunos casos se han denominado “categorías” o bien se conciben como “prácticas” de ellas retomamos dos: la *numerización de los fenómenos* que parte del análisis numérico (Arrieta, 2003) y la Modelación – Graficación que se centra en el uso de la gráfica (Suárez, 2008). Con estos referentes planteamos construir diferentes formas de representación del fenómeno de MUA, como la gráfica, la tabla numérica y la expresión algebraica; considerando además, ciertos elementos epistemológicos como las *realizaciones múltiples*, la *identificación de patrones*, la *realización de ajustes* y el *establecimiento de reglas*, con base a los trabajos de Oresme y Galileo (Artigas, 1989; Cantoral, 2001; Arrieta, 2003; Suárez, 2008).

A manera de hipótesis decimos que la interacción entre la situación y estas formas de representación permite la construcción de herramientas o modelos que favorecen la intervención y comprensión del fenómeno de MUA. Pensamos que la práctica de *numerización de los fenómenos* y la *categoría de la Modelación-Graficación* de MUA constituyen un medio que facilita la interrelación entre los contextos gráfico, numérico y algebraico de donde emerge el desarrollo de argumentos y significados a través del *uso del CM* en una SDM. Es así que con base al esquema metodológico de Montiel y Buendía (2012), hemos conformado la metodología que guía la presente investigación tal y como se aprecia en la figura 1; donde nuestra problemática es la resignificación del objeto matemático; nuestros referentes teóricos-epistemológicos: la M – G, la numerización de los fenómenos de MUA y los funcionamientos y formas (Fu-Fo); desarrollamos una situación donde se ponen en funcionamiento dichos aspectos y finalmente realizamos el análisis de los resultados a través de la resignificación que da cuenta del uso del CM considerando los elementos de *funcionamiento* y *forma* y la *justificación funcional* conformada por *significados*, *procedimientos*, *procesos-objetos* y *argumentos* (S- P- PO- ARG) (Flores y Cordero, 2007).

Figura 1. La metodología de la investigación



Fuente: Elaboración propia con base a Montiel y Buendía, 2012, p. 63

Cordero y Flores (2007) argumentan que *los usos* están conformados por *funciones* específicas que dependen de la situación y que conllevan a *formas* específicas: El *funcionamiento del uso* se expresa por las tareas que componen la situación y la *forma del uso* queda establecido por la clase de esas tareas. En ese sentido Cen (2015, p. 32) menciona:

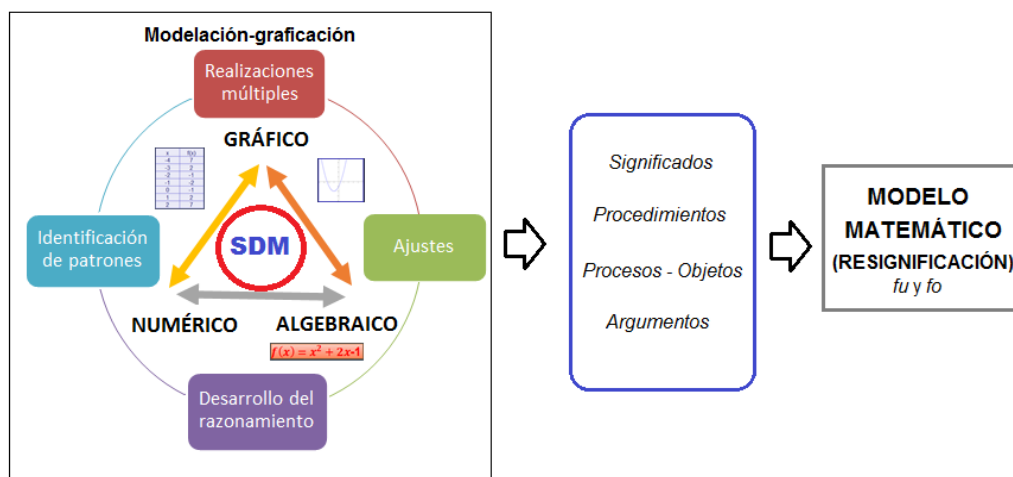
“los funcionamientos del uso de la gráfica presentados están sujetos a las acciones que sugiere alguna situación, mientras que la forma de la gráfica no solo se refiere a la representación de la función sino a las maneras en que se presenta el funcionamiento”

Desde nuestra perspectiva decimos que los *funcionamientos* son las acciones, operaciones o bien tareas donde interviene el conocimiento, la *forma* tiene que ver con la manera en que se pone en funcionamiento o bien a trabajar el conocimiento. Los *significados*, *procedimientos*, *proceso-objetos* y *argumentaciones*, comenta Suárez (2008) dependen de la situación que se plantee, los significados aluden a ideas y conceptos, los procedimientos se refieren a las operaciones que el estudiante hace al manipular los significados, los procesos-objetos implican las relaciones que los alumnos construyen con los significados y procedimientos; y la argumentación es el eje de construcción y lo que permite articular los elementos del Marco de Referencia (MR) anteriores.

■ ASPECTOS DEL DISEÑO DE LA SECUENCIA

Retomando los elementos del MR conformamos la metodología experimental y del análisis de datos como se aprecia en la figura 2. El alumno se involucra en un escenario de Modelación – Graficación donde se pone en funcionamiento los elementos epistemológicos (*Realizaciones múltiples*, *Identificación de patrones*, *Ajustes* y *Desarrollo del Razonamiento*) a partir de una situación de movimiento (SDM) y el uso de la tecnología (sensores de movimiento, emulador, proyector, computadora, calculadora). En esta propuesta se favorece el tránsito entre las formas de representación de la función cuadrática para desarrollar argumentos y significados desde la situación que servirán de herramientas para intervenir en ella, estos argumentos y significados expresarán el uso del conocimiento matemático a través de sus *funcionamientos* y *formas*. La tabla I muestra estos elementos que servirán de apoyo para el análisis de resultados.

Figura 2. Esquema metodológico experimental



La situación que trabajamos (SDM) está conformada por tres fases: en la primera se analiza un contexto numérico a partir del cual se identifican patrones y se establecen reglas, posteriormente se realiza la gráfica que representa la tabla de datos con la intención de visualizar su comportamiento gráfico. El segundo momento inicia con actividades de visualización que tienen como objetivo obtener significados previos que sirvan como punto de partida para el análisis de una SDM y el desarrollo del conocimiento, se favorece el uso de la gráfica a partir de la M-G del movimiento de una persona, se visualizan patrones y comportamientos a partir de ella, posteriormente se analiza la tabla de datos que comprende la situación y se pretende articularla con los significados que los alumnos construyen a partir de la gráfica, se proponen gráficas las cuales se espera que los alumnos establezcan la situación que produce la gráfica, esta actividad tiene como propósito que los alumnos usen la gráfica como una herramienta de argumentación. En el tercer momento se desarrollan actividades de M-G sobre la Función Cuadrática, se parte de cuatro gráficas en las cuales los alumnos construirán la situación que produce la gráfica, la actividad tiene la intención que los alumnos identifiquen la variación de patrones en términos funcionales respecto de la situación y que reconozcan las variables que intervienen para que la gráfica sea más abierta, más cerrada, esté más desplazada a la izquierda o a la derecha así como también el sentido de la concavidad. Finalmente se propone una actividad que parte de lo trabajado en los tres momentos, donde se parte de la gráfica para articular la tabla numérica, se cuestiona al alumno que identifique la regla que representa la situación y que lo exprese en una fórmula matemática. En el siguiente apartado se comentan los resultados obtenidos.

Tabla 1. Los aspectos epistemológicos y de funcionamiento y forma de la situación

Modelación - Graficación			Situación de movimiento		
			Fase I	Fase II	Fase III
Elementos epistemológicos	Realizaciones múltiples	Significados	<ul style="list-style-type: none"> *Reconocer variables dependientes e independientes, variación y relaciones funcionales *Establecer parejas ordenadas 	<ul style="list-style-type: none"> *Visualización de elementos que caracterizan una recta y curva *Reconocimiento de variables del fenómeno tales como velocidad, distancia, tiempo, aceleración *Establecer relaciones funcionales *Ubicar puntos en el plano 	<ul style="list-style-type: none"> *Identificación de elementos de la parábola tales como: pendiente, concavidad, vértice, lado recto. *Establecer relaciones funcionales *Ubicar puntos en el plano *Identificar la variación *Establecer parejas ordenadas
	Identificación de patrones	Procedimientos	<ul style="list-style-type: none"> *Identificación de patrones, comportamientos o reglas *Obtener la representación algebraica a partir de la regla o patrón *Obtener la representación gráfica a partir de la tabla de valores 	<ul style="list-style-type: none"> *Identificación de patrones *Obtener la gráfica de la situación *Relacionar la gráfica con la tabla de datos *Relacionar lo numérico y lo gráfico con lo algebraico *Construir patrones de ajuste y obtener nuevas gráficas a partir de otra *Establecer la regla que representa la situación 	<ul style="list-style-type: none"> *Identificación de patrones *Controlar los parámetros de la gráfica *Construir la situación que representa la gráfica *Obtener nuevas gráficas a partir de otras *Realizar ajustes en la gráfica *Establecer la regla que representa la situación
	Realización de ajustes	Procesos - objetos	Instrucción que organiza comportamientos: Resignificación de la función cuadrática en situaciones de movimiento		
	Desarrollo del razonamiento	Argumentos	Uso de la gráfica como herramienta de argumentación		

■ RESULTADOS

La situación didáctica se realizó con alumnos de segundo semestre en la escuela Telebachillerato 06 “Vicente guerrero” en Chiapas, México; donde participaron 38 estudiantes.

El análisis se hizo con base a los *funcionamientos y formas* que ya se comentaron, y en ese sentido se vislumbró el uso de la gráfica y de la tabla de datos. Estos “objetos” sirvieron como herramientas para argumentar e intervenir en la situación. La gráfica fue usada para describir el movimiento, donde se tuvieron los siguientes funcionamientos: explicar el sentido del movimiento, argumentar sobre la rapidez, reconocer puntos claves como el de inicio y fin del movimiento, así como interpretar la situación que modela y reconocer puntos específicos; los aspectos de forma tiene que ver con: argumentar sobre la concavidad, el lado recto o amplitud de la curva, establecer la distancia del vértice al origen y a la horizontal y la altura de la curva, visualizar cambios en la gráfica y establecer parejas ordenadas.

Respecto al “uso del análisis numérico de la tabla”, los aspectos de funcionamiento consisten en: identificación de patrones de comportamiento, reconocer la variación o razón de cambio, establecer una relación funcional, ubicar puntos en el plano, obtener una representación gráfica; los aspectos de forma se refieren a comparar datos, obtener diferencias y establecer parejas ordenadas.

Estos elementos son los que pusieron en funcionamiento los alumnos y permitieron que resignificaran aspectos de la función cuadrática y sus formas de representación a través de su uso en situaciones de modelación del movimiento. Ahora, la situación ya participa en el discurso, la gráfica es interpretada en términos de la situación y los elementos que la definen (concavidad, lado recto, vértice, puntos de la curva) tienen sentido para ellos, ya no son objetos abstractos si no que son funcionales. La tabla de datos también permitió el reconocimiento de patrones y comportamientos y ayudó en el establecimiento de reglas o fórmulas, sin embargo en el caso de la situación de modelación no pudieron establecerla. Aunque existe una interrelación entre la gráfica y la tabla, una u otra puede emerger de cualquiera de ellas, sin embargo, cada una sirvió para algo, es decir, tuvieron usos distintos

■ A MANERA DE CONCLUSIÓN

La Modelación-Graficación a través del uso de la gráfica y la numerización de los fenómenos de MUA permitieron la construcción de argumentos y significados sobre la Función Cuadrática en su aspecto funcional. La articulación entre las formas de representación (numérico, gráfico y algebraico) dotó al alumno de más herramientas para comprender e intervenir en la situación, cabe mencionar que el aspecto algebraico se provocó a través del establecimiento de reglas, sin embargo, no se logró establecer el modelo.

Con estas actividades la gráfica tiene un significado y un uso para ellos, la tabla a través del análisis numérico también les permitió reconocer el patrón aunque en la modelación de la situación tuvieron dificultades, es probable que esto se deba a “los ruidos” que ocasionan los datos decimales. Se requiere avanzar en un siguiente nivel de argumentación donde los alumnos realicen un ajuste de los datos a un modelo matemático “sin ruidos” donde pueda explorarse el modelo algebraico.

■ REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Arrieta, J. L. (2003). *Las prácticas de modelación como proceso de matematización en el aula*. Tesis de doctorado no publicada, Centro de Investigación y de Estudios avanzados del IPN. México.
- Arrieta, J. y Díaz, L. (2015). Una Perspectiva de la Modelación desde la Socioepistemología. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, 18 (1): 19-48.
- Artigas, M. (1989). *Nicolás Oresme, Gran Maestro del Colegio de Navarra, y el origen de la ciencia moderna*. Recuperado el 22 de Septiembre de 2014 de www.unav.es/cryf/nicolasoresme.html
- Briceño, E. C. (2013). *El uso de la gráfica como instrumento de argumentación situacional con recursos tecnológicos*. México: Tesis de doctorado no publicada. CINVESTAV-IPN.
- Cantoral, R. (2001). *Matemática Educativa. Un estudio de la formación social de la analiticidad*. D. F., México: Grupo Editorial Iberoamérica.
- Cantoral, R. (2013). *Teoría Socioepistemológica de la matemática educativa: Estudios sobre construcción social del conocimiento*. Barcelona, España: Gedisa.
- Cen, C. (2015). *Una caracterización del uso de las gráficas con profesores de bachillerato*. Tesis de doctorado no publicada, Centro de Investigación y de Estudios avanzados del IPN. México.
- Cordero, F. (2013). *Matemáticas y el cotidiano*. Recuperado el día 10 de junio de 2014 de http://www.proyectosmatedu.cinvestav.mx/diplomado/mi_cuenta/data/pdfcordero/vid5/MATEMATICAS&COTIDIANO,%20ENE.2013..pdf
- Cordero, F. y Flores, L. (2007). El uso de las gráficas en el discurso matemático escolar. Un estudio socioepistemológico en el nivel básico a través de los libros de texto. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, (10)1, 7-38.
- Courant, R. y Robbins, H. (2014). *¿Qué son las Matemáticas? Conceptos y métodos fundamentales*. D.F., México: Fondo de Cultura Económica.
- Montiel, G., & Buendía, G. (2012). Un esquema metodológico para la investigación Socioepistemológica: Ejemplos e ilustraciones. En A. R. Rosas, *Metodología en Matemática Educativa: Visiones y reflexiones* (págs. 61-88). México: Lectorum.
- Morales, A., y Cordero, F. (2014). La graficación-modelación y la serie de Taylor. Una Socioepistemología del cálculo. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, 17(3), 319-345.
- Suárez, L. (2008). *Modelación – Graficación, una categoría para la matemática escolar. Resultados de un estudio Socioepistemológico*. Tesis de doctorado no publicada, Centro de Investigación y de Estudios avanzados del IPN. México.
- Zaldívar, D. (2014). *Un estudio de la resignificación del conocimiento matemático del ciudadano en un escenario no escolar*. Tesis de doctorado no publicada, Centro de Investigación y de Estudios avanzados del IPN. México.